第6章 問題回答例

問題6.1

気温30 °C、相対湿度0.2の大気中で、葉温が27 °Cである。気孔コンダクタンスは250 mmol m^{-2} s^{-1}で、境界層コンダクタンスは900 mmol m^{-2} s^{-1}である。葉から水が失われていく速度はいくらか。

解答

葉からの水の損失は気孔を通して失われる場合とクチクラから失われる場合があるがクチクラコンダクタンスについての記述がないため、ここではすべて気孔を通して失われるとする。葉からの水の損失速度（蒸発速度: E）は水輸送の総コンダクタンスをg_v、気孔の蒸発表面の水蒸気モル分率をC_{vs}および大気の水蒸気モル分率をC_{va}とすると式6.7より、$E = g_v(C_{vs} - C_{va})$で求められる。

水輸送の総コンダクタンス（g_v）は、気孔コンダクタンス（g_{v1}）と境界層コンダクタンス（g_{v2}）の直列配置で表現される。式6.10を用いてg_vを求める。

$$g_v = \frac{1}{\frac{1}{g_{v1}} + \frac{1}{g_{v2}}} = \frac{1}{\frac{1}{0.250\ \mathrm{mol\ m^{-2}\,s^{-1}}} + \frac{1}{0.900\ \mathrm{mol\ m^{-2}\,s^{-1}}}} = 0.19565\ \mathrm{mol\ m^{-2}\ s^{-1}}$$

次に、気孔の蒸発表面の水蒸気モル分率（C_{vs}）を求める。気孔内の蒸発表面の温度（T_s）は葉温（$T_l = 27\ ^\circ\mathrm{C}$）と同じであると仮定し、式3.8を用いて、気孔内の蒸発表面の飽和水蒸気圧（$e_s(T_s)$）を求める。

$$\begin{aligned}
e_s(T) &= a \exp\left(\frac{bT}{T+c}\right) \\
&\quad a = 0.611\ \mathrm{kPa} \\
&\quad b = 17.502 \\
&\quad c = 240.97\ ^\circ\mathrm{C} \\
&= 0.611\ \mathrm{kPa}\ \exp\left(\frac{17.502 \times 27\ ^\circ\mathrm{C}}{27\ ^\circ\mathrm{C} + 240.97\ ^\circ\mathrm{C}}\right) \\
&= 3.5637\ \mathrm{kPa}
\end{aligned}$$

式4.7を用いて、気孔の蒸発表面の相対湿度$h_{rs} = 1.0$として[1]、$e_s(T_s)$から気孔の蒸発表面の水蒸気モル分率（C_{vs}）を求めると、

$$\begin{aligned}
C_{vs} &= h_{rs}\frac{e_s(T_s)}{p_a} \\
&= 1.0 \times \frac{3.5637\ \mathrm{kPa}}{101.3\ \mathrm{kPa}} \\
&= 0.0352\ \mathrm{mol/mol}
\end{aligned}$$

である。

続いて、大気中の水蒸気モル分率（C_{va}）を求める。気温（T_a）は30 °Cであるから、式3.8を用いて、大気の飽和水蒸気圧（$e_s(T_a)$）を求める。

$$
\begin{aligned}
e_s(T) &= a \exp\left(\frac{bT}{T+c}\right) \\
\therefore e_s(T_a) &= 0.611 \text{ kPa} \exp\left(\frac{17.502 \times 30 \text{ °C}}{30 \text{ °C} + 240.97 \text{ °C}}\right) \\
&= 4.2421 \text{ kPa}
\end{aligned}
$$

式3.11の$h_r = \frac{e_a}{e_s(T_a)}$を変形した$e_a = h_r e_s(T_a)$を用いて、大気の相対湿度（$h_{ra} = 0.2$）、$e_s(T_a)$から大気の水蒸気圧（$e_a$）を求める。

$$
e_a = h_{ra} e_s(T_a) = 0.2 \times 4.2421 \text{ kPa} = 0.8484 \text{ kPa}
$$

式3.5の$C_j = \frac{p_j}{p_a}$を用いて、e_aから大気の水蒸気モル分率（C_{va}）を求める。

$$
\begin{aligned}
C_{va} &= \frac{e_a}{p_a} \\
&= \frac{0.8484 \text{ kPa}}{101.3 \text{ kPa}} = 0.0084 \text{ mol/mol}
\end{aligned}
$$

以上より、葉からの水の損失速度Eを求める。

$$
\begin{aligned}
E &= g_v(C_{vs} - C_{va}) \\
&= 0.19565 \text{ mol m}^{-2} \text{ s}^{-1} \times (0.0352 \text{ mol/mol} - 0.0084 \text{ mol/mol}) \\
&= 0.00524 \text{ mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}
\end{aligned}
$$

である。したがって、葉からの水の損失速度は0.00524 mol m^{-2} s^{-1}である。

---

[1]: 第4章 4.2 より、葉の水ポテンシャル（ψ）は-1000 J/kg～-2000 J/kgの範囲にあり、葉の水ポテンシャルおよび気孔の蒸発表面からの蒸発速度は平衡状態にあると仮定する。式4.13を用いて、気孔の蒸発表面の相対湿度（h_{rs}）を求めると、

$$
\begin{aligned}
h_{rs} &= \exp\left(\frac{M_w \Psi}{R\mathbf{T}}\right) \\
&= \exp\left(\frac{0.018 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \times \begin{pmatrix} -1000 \\ -2000 \end{pmatrix} \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{8.3143 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \times (273.15 + 27) \text{ K}}\right) \\
&= \begin{pmatrix} 0.9928 \\ 0.9857 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

である。この間では、相対湿度にほとんど差がなく、また、多くの場合、葉の水ポテンシャル$\psi = -2000$ J/kgになることは無ので、ここでは$h_{rs} \simeq 1.0$とした。

問題6.2

問題6.1における熱フラックスはいくらか。熱に対する境界層コンダクタンスは水蒸気と同じとする。

解答

顕熱フラックスと、蒸発速度に蒸発潜熱をかけて求める潜熱フラックスの和として熱フラックスを求める。

ここでは潜熱フラックスは葉から大気への方向を正として算出する。顕熱フラックス（H）も同様に葉から大気に向けて熱が伝えられる向きを正として求める。顕熱に対するコンダクタンスは境界層コンダクタンスだけであり、熱に対する境界層コンダクタンスは水蒸気に対する境界層コンダクタンスと同じと仮定されているので、熱に対する総コンダクタンス（g_H）は以下になる。

$$g_H = 0.900 \text{ mol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

葉の表面温度（T_s）は葉温（$T_l = 27$ °C）と同じであるとし、式6.8を用いて、g_H、気温（$T_a = 30$ °C）および$c_p = 29.3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$（空気の定圧モル比熱）から顕熱フラックス（$H$）を求める。

$$\begin{aligned} H &= g_H c_p (T_s - T_a) \\ &= 0.900 \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \text{ s}} \times 29.3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \times (27 \text{ °C} - 30 \text{ °C}) \\ &= -79.11 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{ s}} = -79.11 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

潜熱フラックスを問6.1で算出した蒸発速度に蒸発潜熱（λ）を掛けて求める。温度とλの関係は$\lambda(\text{J/g}) = 2500.8 - 2.3668T$であるので、27 °Cにおける$\lambda$は、

$$\lambda = (2500.8 - 2.3668 \times 27 \text{ °C}) \times 18 \text{ g/mol} = 43.8641 \text{ kJ/mol}$$

である。潜熱フラックスを求めると、

$$\lambda E = 43.8641 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \times 0.00524 \frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \text{ s}} = 230.039 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{ s}} = 230.039 \text{ W/m}^2$$

である。以上より、総熱フラックスを求める。

$$H + \lambda E = -79.11 \text{ W/m}^2 + 230.039 \text{ W/m}^2 = 150.929 \text{ W/m}^2$$

求める熱フラックスは150.93 W/m^{2}である。

問題6.3

室温22 °Cの部屋に座っている体温37 °Cの人の平均熱損失が80 W/m^{2}であるとき、総コンダクタンス（境界層、服、体組織）はいくらか。体組織の平均コンダクタンスを1 mol m^{-2} s^{-1}とすると、皮膚の平均温度はいくらか。

解答

汗をかいていないと想定し、そのため、表面からの潜熱による熱損失はないとし、熱損失は表面から起きているとする。式6.8は表面から外に向かって正である。そのため、体芯部から外に向う熱フラックスを正とする。式6.8を変形して、体温を$T_b = 37\ ^\circ\mathrm{C}$とし、顕熱フラックス（$H = 80\ \mathrm{W/m^2}$）、室温（$T_a = 22\ ^\circ\mathrm{C}$）および$c_p = 29.3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}}$（空気の定圧モル比熱）から総コンダクタンス（$g_H$）を求める。

$$
\begin{aligned}
H &= g_H c_p (T_b - T_a) \\
\therefore g_H &= \frac{H}{c_p (T_b - T_a)} \\
&= \frac{80\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}}{29.3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}} \times (37^\circ\mathrm{C} - 22^\circ\mathrm{C})} \\
&= \frac{80\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2\ s}}}{29.3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}} \times (37^\circ\mathrm{C} - 22^\circ\mathrm{C})} \\
&= 0.182\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m^2\ s}}
\end{aligned}
$$

総コンダクタンスは$0.182\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m^2\ s}}$である。

また、同様に式6.8を変形して、体温を$T_b = 37\ ^\circ\mathrm{C}$とし、体組織の平均コンダクタンスを$g_{Ht}$として表記し（$g_{Ht} = 1\ \mathrm{mol\ m^{-2}\ s^{-1}}$）、$c_p = 29.3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}}$から皮膚の平均温度を$T_s$として求める。

$$
\begin{aligned}
H &= g_{Ht} c_p (T_b - T_s) \\
\therefore T_s &= T_b - \frac{H}{g_{Ht} c_p} \\
&= 37^\circ\mathrm{C} - \frac{80\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}}{1\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m^2\ s}} \times 29.3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}}} \\
&= 37^\circ\mathrm{C} - \frac{80\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2\ s}}}{1\ \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m^2\ s}} \times 29.3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}}} \\
&= 34.27\ ^\circ\mathrm{C}
\end{aligned}
$$

求める皮膚の平均温度は$34.27\ ^\circ\mathrm{C}$である。